

Improvement Attempts of Large Unit Teaching under the Six-Practice Continuous Movement Teaching Model - Taking “Lines and Their Equations” as an Example

Xiaozheng Wang

Beijing Normal University Liangxiang Affiliated Middle School, Beijing, 102488, China

Abstract

This paper focuses on student development and explores the design and implementation of high school mathematics unit teaching. Different from time-based teaching, unit teaching emphasizes comprehensiveness and systematicness, aiming to promote the deep development of students' knowledge and skills through a high-level layout. Taking the unit of “Straight Lines and Their Equations” in analytic geometry as an example, this paper specifically elaborates on the overall framework of unit teaching content analysis and the key steps of lesson design. Finally, from the two dimensions of students' classroom acquisition and teachers' teaching behaviors, teaching reflection is conducted to provide references for optimizing high school mathematics unit teaching.

Keywords

Continuous Practice Six Times; Large-unit teaching; Analytic Geometry

六习续动教学模式下大单元教学改进尝试——以《直线及其方程》为例

王晓正

北京师范大学良乡附属中学，中国·北京 102488

摘要

文以学生发展为本，探讨高中数学单元教学的设计与实施。区别于课时教学，单元教学强调整体性与系统性，旨在通过高位布局促进学生知识与技能的深层发展。以解析几何“直线及其方程”单元为例，具体阐述单元教学内容分析的整体框架与课时教学设计的关键环节。最后，从学生课堂获得与教师教学行为两个维度进行教学反思，以期优化高中数学单元教学提供参考。

关键词

六习续动；大单元教学；解析几何

1 引言

本文基于《普通高中数学课程标准》的育人理念，探讨以单元教学落实核心素养的实践路径。单元教学（亦称主题教学）强调整体性、连贯性与系统性，有助于超越零散的课时局限，实现数学知识、思想与方法的整合。研究结合“六习续动”教学模式，以“直线及其方程”单元为例，从内容、目标、学情分析出发，系统阐述教学设计如何在预习、讲习、研习、练习、复习、实习六个环节中有序展开，引导学生在探究中掌握解析几何的基本思想与方法，重点培养数学运算、逻辑推理等核心素养。实践表明，以“习”为主线

的单元教学能有效促进学生深度参与和思维生成，为高中数学课堂落实“不同的人数学上得到不同的发展”提供了可行范例。

2 教学内容分析^[3]

（一）内容及内容的本质：本单元的教学内容选自《普通高中教科书数学B版选择性必修一》第二章《平面解析几何》第二节《直线及其方程》。

具体包括：表示直线倾斜程度的量，直线的方程，两条直线的位置关系，点到直线的距离。

这一单元的内容本质是用代数方法研究直线。

这一单元内容是《平面解析几何》这一大单元内容下的一个小单元，解析几何是数学发展过程中的标志性成果，是微积分创立的基础。高中阶段学习解析几何，建立坐标系，借助直线、圆与圆锥曲线的几何特征导出相应方程，用代数

【作者简介】王晓正（1983—），女，中国北京人，本科，高级教师，从事中学数学教学研究。

方法研究它们的几何性质,体现数与形的结合。《直线及其方程》这一单元是解析几何中研究的第一类曲线,它的研究过程体现了《平面解析几何》大单元中所有曲线的研究过程,这一单元的学习具有开疆破土的作用。

(二) 蕴含的思想和方法: 在平面直角坐标系中, 结合具体图形探索确定直线位置的几何要素, 建立直线与方程的关系, 借助直线的方程, 利用代数方法研究直线的位置关系, 体现了数形结合思想, 体现了研究几何对象的代数方法。将两条平行直线之间的距离转化为点到直线之间的距离等体现了划归与转化思想。利用待定系数法求直线的方程等体现了方程思想。

(三) 知识的上下位关系:

直线是特殊的曲线, 研究直线及其方程的过程是利用方程研究曲线的具体实例, 直线与圆、椭圆、双曲线、抛物线是并列关系。

(四) 内容的育人价值: 平面解析几何的基本思想是用代数方法求解几何问题, 在本单元的教学中, 直线是最简单的几何图形, 几何特征相对简单清晰, 是培育学生直观想象、逻辑推理、数学抽象、数学运算的重要载体, 可以提高学生提出问题、分析问题、解决问题的综合能力。

(五) 教学重点: 鉴于以上分析, 本单元的教学重点是直线的倾斜角与斜率, 直线的方程, 两条直线的位置关系, 点到直线的距离, 以及贯彻落实代数法研究几何问题。



图1 高中平面解析几何知识上下位关系图

3 教学目标解析

3.1 教学目标:

在平面直角坐标系中, 探索确定直线位置的几何要素。理解直线的倾斜角和斜率, 掌握求斜率的公式。

探索并掌握直线方程的几种形式。

能根据斜率判定两条直线的位置关系, 能利用代数法判定两条直线的位置关系。

探索并掌握点到直线之间的距离公式。

3.2 达成上述目标的标志:

已知直线的倾斜角可以求出斜率, 已知斜率可以求倾斜角, 已知直线上不重合两点的坐标可以求出直线的斜率。

能够根据一点一方向求出直线的方程, 能根据两点求出直线的方程。

能够根据给出的直线方程判定两条直线的位置关系。

能够根据给出的点和直线, 求出点到直线的距离及求解相关面积问题等。

初步形成用代数法求解几何问题的基本思想, 可以按照步骤进行求解。

4 学情分析

4.1 学生已有知识、经验:

在初中的学习中, 学生知道两点可以确定一条直线, 从几何直观上基本掌握两条直线的位置关系, 能够求解二元一次方程组, 对解一元一次含参方程中参数分类讨论有一定

基础。

在初中的学习中, 学生知道一次函数的图像是直线, 在研究一次函数过程中对直线有了一定的了解。

在高中的学习中, 学生在空间向量与立体几何章节已掌握直线的方向向量和平面的法向量, 能够理解利用直线的方向向量或法向量之间的关系来判断两条直线位置关系的充要条件。

学生在空间向量与立体几何章节中, 已经认识、经历了用坐标法求解空间几何问题, 学生对代数方法求解几何问题这一思想不陌生。

学生已经具备一定的逻辑推理、数学运算能力, 具有通过分类、转化、数形结合等思想研究问题的体验和能力。

4.2 学生存在的障碍:

利用代数的方法解决几何问题的思想还不够成熟, 从思维上不能建立良好的关系, 遇到问题不知道可以选择代数方法进行研究。

面对比较复杂的代数式运算, 学生有抵触情绪, 能回避就回避, 不敢算, 算不对。

4.3 基于以上分析, 确定教学难点:

本单元主要在解析几何视角下完成直线上的点与方程解的联系, 直线上所有点与方程所有解之间的联系, 从而建立直线的方程, 将直线问题转化为代数问题。学生也需要处理代数问题, 分析代数结果的几何意义, 最终解决几何问题。因此, 提高学生数形结合以及形成用代数方法解决几何问题

的能力是本单元的难点。

5 部分课时重点教学环节设计

在“两条直线的位置关系”的研习环节，教学聚焦于引导学生利用代数方法严格证明位置关系的判定准则。当学生基于斜率与截距的直观关系得出平行、重合等结论时，教师进一步追问其证明依据。学生虽能援引初中“同位角相等，两直线平行”的判定定理，但教师指出该定理本身亦未从“无交点”这一平行定义出发予以严格证明，从而揭示出直观认知与逻辑证明之间的差距。

基于此，教师引导学生将位置关系问题转化为两条直线交点的个数问题，进而转化为相应二元一次方程组解的个数的代数问题。通过对方程组解的情况进行系统分析，学生从代数角度严谨推导出不同位置关系的充要条件，完整经历了“几何直观→代数转化→代数求解→结论解释”的思维过程。

该环节设计，不仅深化了学生对直线位置关系判定方法的理解，更重要的是体现了用代数方法研究几何问题的解析思想，以及通过代数运算验证几何直觉的数形结合思维。教学中强调在直观结论清晰的情况下仍进行代数证明，旨在突出数学的逻辑连贯性与思维系统性，从而在知识传授中落实逻辑推理、数学运算等核心素养的培养目标。

本单元第7课时《点到直线的距离 - 第1课时》部分教学过程简述

讲习环节 -- 探究、推导点到直线的距离公式

已知点 $P(x_0, y_0)$ ，直线 $Ax + By + C = 0$ ($A^2 + B^2 \neq 0$)，经过前面的分析得到了如下的解题思路：

定义法求垂足坐标：设 $A \neq 0$ ， $B \neq 0$ ，点 P 到直线 l 的垂线段为 PQ ，垂足为 $Q(x_1, y_1)$ ，由 $PQ \perp l$ 知直线 PQ 的斜率为 $\frac{B}{A}$ ，由点斜式得直线 PQ 的方程 $y - y_0 = \frac{B}{A}(x - x_0)$ ，整理后得 $Bx - Ay + Ay_0 - Bx_0 = 0$ ，令 $D = Ay_0 - Bx_0$ ，得 $PQ: Bx - Ay + D = 0$ ，联立 $\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ Bx - Ay + D = 0 \end{cases}$ ，解得 $x_1 = -\frac{AC + BD}{A^2 + B^2}$ ， $y_1 = \frac{AD - BC}{A^2 + B^2}$ ，然后代入两点间距离公式可得待求点到直线之间的距离。但是通过观察发现，代入公式这一过程运算量非常大，有没有其他思路呢？

研习环节 - 从整体构造的思路对公式进行推导，发展学生的数学运算能力，这也是本课时最重要的环节。

方法二：构造法（整体代换）

由 $PQ \perp l$ 知直线 PQ 的方程 $B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0$

由 $Q(x_1, y_1)$ 在直线上可得 $B(x_1 - x_0) - A(y_1 - y_0) = 0$ ①

点 $Q(x_1, y_1)$ 在直线 l 上可知 $Ax_1 + By_1 + C = 0$

因此 $Ax_0 + By_0 + C = Ax_0 + By_0 - Ax_1 - By_1$

即 $A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) = Ax_0 + By_0 + C$ ②

①式和②式两边平方后相加，整理可得：

$$(A^2 + B^2)[(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2] = (Ax_0 + By_0 + C)^2$$

$$\text{即有 } (x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 = \frac{(Ax_0 + By_0 + C)^2}{A^2 + B^2}$$

所以

$$d = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} = \sqrt{\frac{(Ax_0 + By_0 + C)^2}{A^2 + B^2}} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

因此平面内一点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $l: Ax + By + C = 0$ 的距

$$\text{离 } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

设计意图：推导点到直线的距离公式，有很多运算量很小的方法，得到公式并不困难。但是本单元学习中，数学运算素养的高低对学生未来解决问题起到了非常重要的作用。在何时开始培养学生的运算素养呢？当然是从当下的每一节课开始，那么在这一课时中开始又有何不可呢？首先引导学生由特殊向一般、由具体向抽象，得出求解这一距离问题的基本思路，在定义法遇到较大的困难后，带领学生分析代数式结构，分析已知条件结构，从整体观察，采用整体代换的方法进行求解，可以说这一过程提高学生几何问题代数化的数学运算的能力。

6 结语

本单元作为“平面解析几何”的重要组成部分，在知识层面难度较低，其核心教学目标在于以直线相关内容为载体，重点培养学生思维的严谨性，并落实直观想象、逻辑推理与数学运算等核心素养，为后续大单元学习奠定思想与方法基础。

以《点到直线的距离》一课为例，教学围绕单元整体目标，聚焦“代数运算”这一核心素养进行设计。课堂通过预习感知、定义讲解、核心研习与练习巩固等环节，重点引导学生运用整体代入思想完成公式的代数推证，旨在针对性突破学生运算薄弱的难点。本单元采取分课时侧重培养不同素养的策略，以实现大单元视角下的均衡发展。教学实践表明，学生代数方法的应用与运算能力的提升呈螺旋式发展，非单课时所能达成。后续教学需在课堂中预留更多思考与演算时间，坚持动脑与动手相结合，方能稳步促进学生综合数学素养的生成。

参考文献

- [1] 普通高中数学课程标准（2017版）[M].人民教育出版社，2018：2
- [2] 史宁中，王尚志.普通高中数学课程标准（2017版）解读[M].高等教育出版社，2018:253
- [3] 章建跃.《普通高中教科书·数学（人教A版）》单元·课时教学设计体例与要求[J].中学数学教学参考，2019,22:14-16